



ТИҚХММИ

Тошкент Ирригация ва Қишлоқ Хўжалигини  
Механизациялаш Муҳандислари Институтини

## ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

### ТОШКЕНТ ИРРИГАЦИЯ ВА ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИНИ МЕХАНИЗАЦИЯЛАШ МУҲАНДИСЛАРИ ИНСТИТУТИ



#### “ҚИШЛОҚ ВА СУВ ХЎЖАЛИГИНИНГ ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ”

мавзусидаги анъанавий **XX** - ёш  
олимлар, магистрантлар ва  
иқтидорли талабаларнинг илмий  
- амалий анжумани

# 20

**XX** - traditional Republic  
scientific - practical conference of  
young scientists, master students  
and talented students under the  
topic

“THE MODERN PROBLEMS OF  
AGRICULTURE AND WATER  
RECOURCES”

## МАҚОЛАЛАР ТЎПЛАМИ

### III қисм

Тошкент – 2021 йил, 25 – 26 май

	OKTAMXANOVNA – dotsent ABDIKAYIMOVA GULNOZ ADILOVNA – katta o'qituvchi SAPAROVA DILNOZA PARAXATOVNA – talaba		
5.	Rashidov Jaloliddin Ibodullaevich, Saparov Azamat Berdibaevich	Development of the mathematical models calculation three-dimensional impellers blade pump	620
6.	Эргашов Яшнаербек Истам ўғли,	Дехқон хўжалиги тармоғи ривожланишини эконометрик моделлаштиришнинг назарий асослари	625
7.	Меҳрочев Барот Ботир ўғли	Задача о связности функции матричных аргументов с функциями скалярных аргументов	631
8.	А. Т. Утаев	Отображения, ограниченно искажающие модули и квазиконформность	635
9.	Ғаниев Илҳом Дўстназарович ТИҚХММИ Қарши филиали ўқитувчиси	Компьютерли моделлаштиришда математик тизимлар	636
10.	Собиров Э.С. <i>ТИҚХММИ Қарши филиали магистранти</i>	Боғларга ўғит шарбатини локал қуйиш технологияси	639
11.	Х.Ғ.Холто'раев - ТИҚХММИ “Олий математика” кафедраси ассистенти Ғ.Ғ.Тојимуродов - talaba	Iqtisodiy masalalarini yechishda matematik modelni ahamiyati	642
12.	Abdullaev A.A. ( <i>TIQXMMI, “Oliy matematika” kafedrasida assistenti</i> ) Norqulov D.O'. ( <i>QXM fakulteti 3- bosqich talabasi</i> )	Differensial tenglamalarning ekologig jarayonlarni modellashtirishga tadbiri	645
13.	E. Urishev TIQXMMI katta o'qituvchisi Sharipov Sharifjon talaba	Hususiy holdagi metrik masalalarning yechimi	648
14.	Katta o'qituvchi X.M.Komilova Bektashov Behro'z TIQXMMI talabasi	Математиканинг ҳаётдаги ўрни	652
15.	<i>Xamdanova F.F. TIQXMMI 2-bosqich magistranti</i>	Suv havzalarining morfometrik xususiyatlarini gis-texnologiyasida aniqlash uchun topografik bazani tayyorlash	654

Деҳқон хўжалиги тармоғининг ривожланишини эконометрик моделлаштириш назариялари худудларни ижтимоий-иқтисодий ривожлантиришда давлат бошқаруви йўналишларини шакллантиради. Бироқ уларни ўрганиш билангина чекланиб бўлмайди, чунки улар кўп жиҳатдан худудларнинг иқтисодий ўсиш назарияларига таянади. Бундан ташқари деҳқон хўжалиги тармоғининг ривожланиши учун янги ёндашувларни, модель ва усулларни излаш ҳамда жорий этиш лозим.

#### Фойдаланилган адабиётлар

1. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2016–2020 йилларда хизматлар соҳасини ривожлантириш дастури. // Ўзбекистон Республикаси қонун ҳужжатлари тўплами, 2016 й., 9-сон, 89-модда, 27-сон, 326-модда; 2017 й., 15-сон, 257-модда, 33-сон, 863-модда.

2. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги ПФ–4947-сонли фармони. // Халқ сўзи, 2017 йил 8- февраль.

3. Рахимов А.Н. Аҳолига хизмат кўрсатиш соҳасининг ривожланишини эконометрик моделлаштириш (Қашқадарё вилояти мисолида): икт. фан. фал. док. дисс. – Т.: ТДИУ, 2020. –165 б.

4. Ховард К., Эриашвили Н.Д., Соловьев Б.А. Маркетинг. Принципы и технология маркетинга в свободной рыночной системе: учебник для вузов/ изд., перераб. И доп. –М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001, –623 с.

5. Эконометрика: учебник. / Под ред. И.И.Елисеевой. –М.: Финансы и статистика, 2003. С.344.

## ЗАДАЧА О СВЯЗНОСТИ ФУНКЦИИ МАТРИЧНЫХ АРГУМЕНТОВ С ФУНКЦИЯМИ СКАЛЯРНЫХ АРГУМЕНТОВ

Меҳрочев Барот Ботир ўғли

*Каршинский филиал Ташкентского института инженеров ирригации и  
механизации сельского хозяйства*

**Ключевое слово:** матрица, собственные значения, ряд, функция, аргумент, спектр матрицы, многочлен, интерполяционные многочлен, операций сложения, умножения

**Введение:** Функции с матричными аргументами можно определить некоторыми способами, то есть, их можно определить в виде компонентных матриц, рядов и интегральных выражений. Мы рассмотрим функции выражения рядами.

Пусть, нам дана матрица  $A \in \mathbb{C}[n \times n]$ ,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ - собственные значения  $A$  матрицы. Если функция  $f(\lambda)$ , будет разложено в ряд Тейлора в окрестности точки  $\lambda_0$ :

$$f(\lambda) = \sum_{p=0}^{\infty} a_p (\lambda - \lambda_0)^p, \quad (1)$$

и если  $|\lambda - \lambda_0| < r$  область будет сходимостью ряда, тогда область для  $(j = 1, \dots, n)$  будет функцией матричных аргументов

$$f(A) = \sum_{p=0}^{\infty} a_p (A - \lambda_0 I)^p, \quad (2)$$

Здесь,  $I[n \times n]$ - единичная матрица

Отсюда видно, что  $f(A)$  функцию можно определить через функцию определения на спектре матрицы  $A$ .

Теперь рассмотрим свойства матричных аргументов функции  $f(A)$  и приведем связность с функцией  $f(\lambda)$  которой определена на спектре матрицы  $A$

Пусть, многочлен матрицы  $G(u_1, u_2, \dots, u_n)$  ,будет связн с функциями  $u_1, u_2, \dots, u_n$  и  $f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_l(\lambda)$ – функций определенных на спектре матрицы  $A$  связанным с  $\lambda$ .

**Свойство 1:** Если выполняется условие  $G(f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_l(\lambda)) = 0$  на спектре матрицы  $A$ . Тогда

$$G(f_1(A), f_2(A), \dots, f_l(A)) = 0, \quad (3)$$

**Доказательство:** Даны нам  $f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_l(\lambda)$  функции, которые определенные на спектре матрицы  $A$ .

$r_1(\lambda), r_2(\lambda), \dots, r_l(\lambda)$  соответствующие интерполяционные многочлены  $f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_l(\lambda)$  функции.

Составим

$$r(\lambda) = \sum_{k=0}^n \frac{(\lambda - \lambda_1) \dots (\lambda - \lambda_{k-1})(\lambda - \lambda_{k+1}) \dots (\lambda - \lambda_n)}{(\lambda_k - \lambda_1) \dots (\lambda_k - \lambda_{k-1})(\lambda_k - \lambda_{k+1}) \dots (\lambda_k - \lambda_n)} f(\lambda_k), \quad (4)$$

для интерполяционных многочленов будет  $\forall \lambda_k, r_v(\lambda_k) = f_v(\lambda_k), v = 1, \dots, l$ .

Следует, что  $r_v(A) = f_v(A)$  и  $r_v(A) = f_v(A), v = 1, \dots, l$

Теперь рассмотрим многочлен  $h(\lambda) = G(r_1(\lambda), r_2(\lambda), \dots, r_l(\lambda))$ . Из условия  $G(f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_l(\lambda)) = 0$  для всех  $\lambda_k$  число  $h(\lambda_k) = G(r_1(\lambda_k), r_2(\lambda_k), \dots, r_l(\lambda_k))$  равенство является справедливым, то есть,  $h(A) = 0$ . Используя ранее изложенное, приведем следующее:

$$G(f_1(A), f_2(A), \dots, f_l(A)) = G(r_1(A), r_2(A), \dots, r_l(A)) = h(A) = 0, \quad (5)$$

Значит, выполняется  $G(f_1(A), f_2(A), \dots, f_l(A)) = 0$  равенство.

Пусть  $f(\lambda) = \frac{1}{\lambda}$ , и  $A = \|a_{ik}\|_1^k$  неособенная матрица, тогда функция  $f(\lambda)$  определена на спектре матрицы  $A$ , и поэтому в равенстве

$$\lambda * f(\lambda) = 1$$

Можно заменить  $\lambda$  на  $A$ :

$$A * h(A) = I, \quad (6)$$

То есть  $h(A) = A^{-1}$

Обозначая через  $r(\lambda)$  интерполяционный многочлен для  $\frac{1}{\lambda}$ , мы сможем обратную матрицу  $A^{-1}$  представить в виде многочлена от данной:

$$A^{-1} = r(A), \quad (7)$$

Рассмотрим рациональную функцию  $\rho(\lambda) = \frac{g(\lambda)}{h(\lambda)}$ , здесь  $g(\lambda)$  и  $h(\lambda)$  функции относительно к  $\lambda$  взаимно простым многочленам. Эти функции будут определены на спектре матрицы  $A$  только тогда, когда собственные значения матрицы  $A$  не будут корнями многочлена  $h(\lambda)$ , то есть  $|h(\lambda)| \neq 0$

Исходя из выше изложенного отношения

$$\rho(\lambda) * h(\lambda) = g(\lambda)$$

если здесь заменить  $\lambda$  на  $A$ , то

$$\rho(A) * h(A) = g(A), \quad (8)$$

Следовательно,  $\rho(A) = g(A) * [h(A)]^{-1}$

**Свойство 2.** Если функция  $g(\lambda) \equiv h[f(\lambda)]$  будет определена на спектре матрицы  $A$ , тогда

$$g(A) \equiv h[f(A)]$$

То есть  $g(A) \equiv h(B)$ , здесь  $B \equiv f(A)$

**Доказательство.** Чтобы доказать это свойство рассмотрим минимальную многочлен для матрицы  $A$ :

$$\psi(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1} (\lambda - \lambda_2)^{m_2} \dots (\lambda - \lambda_s)^{m_s}, \quad (9)$$

от определенности значения функции  $g(\lambda)$  на спектре матрицы  $A$

$$g(\lambda_k) = h(\mu_k), \quad g'(\lambda_k) = h'(\mu_k)f(\lambda_k), \dots$$

$$g^{(m_k-1)}(\lambda_k) = h^{(m_k-1)}(\mu_k)[f'(\lambda_k)]^{m_k-1} + \dots + h^{(m_k)}(\mu_k)f^{(m_k-1)}(\lambda_k), \quad (10)$$

Здесь  $\mu_k = f(\lambda_k)$ ,  $k = 1, \dots, s$

Если рассмотреть многочлен

$$\chi(\mu) = (\mu - \mu_1)^{m_1} (\mu - \mu_2)^{m_2} \dots (\mu - \mu_s)^{m_s}, \quad (11)$$

будет аннулирующим многочленом для матрицы  $B$ . Действительно, каждое число  $\lambda_k$  является корнем по крайней мере кратности  $m_k$  функции

$$q(\lambda) \equiv \chi[f(\lambda)] = \prod_{k=1}^s [f(\lambda) - f(\lambda_k)]^{m_k}, \quad (12)$$

Поэтому  $q(A) = 0$  и согласно 1-свойству

$$q(A) \equiv \chi[f(\lambda)] = \chi(B) = 0, \quad (13)$$

Поэтому среди значений

$$h(\mu_1), \quad h'(\mu_1), \quad h^{(m_k-1)}(\mu_k), \quad (k = 1, \dots, s) \quad (14)$$

содержатся все значения функции  $h(\mu)$  на спектре матрицы  $B$ . Исходя из значений (14), построим интерполяционный многочлен  $r(\lambda)$  для функции  $h(\lambda)$ . Тогда, с одной стороны,

$$h(B) = r(B)$$

С другой стороны, как показывают формулы (10), функции  $g(\lambda)$  и

$g_1(\lambda) = r[f(\lambda)]$  будут равны на спектре матрицы  $A$ . Поэтому, применяя к разности  $g(\lambda) - r[f(\lambda)]$  предложение 1-свойстве, получим:

$$g(A) - r[f(A)] = 0$$

но тогда

$$g(A) = r[f(A)] = r(B) = h(B) = h[f(A)],$$

Что и требовалось доказать.

Применив найденные 1-е и 2-е свойства, приведем следующее свойство

**Свойство 3.** Пусть

$$g(\lambda) = G(f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_l(\lambda))$$

где функции  $f_1(\lambda), f_2(\lambda), \dots, f_l(\lambda)$  определены на спектре матрицы  $A$ , а функция  $G(u_1, u_2, \dots, u_l)$  есть результат последовательного применения к величинам  $u_1, u_2, \dots, u_l$  операций сложения, умножения, умножения на число и замены величины произвольной функцией нее

Тогда из равенства

$$g(\Lambda_A) = 0$$

Следует равенство  $G(f_1(A), f_2(A), \dots, f_l(A)) = 0$

Приведем примеры, используя выше приведенное свойство и свойство интерполяционных многочленов.

**Например:** Допустим,  $f(z) = \sqrt[3]{z}$  и  $A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ . Если мы найдем соответствующие собственные значения матрицы, от  $|A - \lambda I| = 0$  мы имеем  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 8$ . Тогда его интерполяционный многочлен имеет вид

$$r(\lambda) = f(\lambda_1) \frac{\lambda - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} + f(\lambda_2) \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

Если мы берём в точке  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 8$  значение функции  $f(z)$ , то получится  $f(\lambda_1) = 1$  и  $f(\lambda_2) = 2$ .

$$r(\lambda) = \frac{\lambda - 8}{1 - 8} + 2 \frac{\lambda - 1}{8 - 1} = \frac{1}{7}(\lambda + 6)$$

Отсюда следует, что

$$f(A) = r(A) = \frac{1}{7}(A + 6I)$$

$$f\left(\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}\right) = r\left(\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}\right) = \frac{1}{7}\left(\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + 6\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}$$

Из полученных свойств мы можем легко проверить, что  $[f(A)]^3 = A$

### Список использованной литературы

1. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. 5-е изд- М.:ФИЗМАТЛИТ,2004.-560 с.
2. Г.Худайбергенов, Т.Т.Туйчиев. Матрица аргументли голоморф функциялар. Тошкент "Университет" 2008. 127 б.

### Отображения, ограниченно искажающие модули и квазиконформность

А. Т. Утаев

Каршинский филиал Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства

**Ключевое слово:** квазиконформ, квазиконформное отображение, континууме, ОИМ-гомеоморфизмом, ограниченно искажающим модули, константа.

**Введение:** Как известно, квазиконформное отображение пространства  $\square^n$  полностью характеризуется соотношением между модулями семейств кривых  $\Gamma$  и модулями их образов  $\Gamma^*$ ; наличие константы  $K > 0$ , с которой для всех семейств  $\Gamma$  выполнено двойное неравенство

$$K^{-1} \cdot M(\Gamma) \leq M(\Gamma^*) \leq K \cdot M(\Gamma), \quad (1)$$

определяет  $K$ -квазиконформное отображение. В частности, если рассматривать ограничение  $K$ -квазиконформного отображения пространства  $\bar{R}^n$  на некотором континууме  $\Sigma$ , то для любой пары под континуумов  $E, F \subset \Sigma$  двойное неравенство (1) выполняется для семейства  $\Gamma$  всех кривых в  $\bar{R}^n$ , соединяющих континуумы  $E$  и  $F$ , тот факт, что «образ» такого семейства  $\Gamma$  при отображении  $f$  (это семейство  $\Gamma^*$  всех кривых в  $\bar{R}^n$ , соединяющих континуумы  $f(E)$  и  $f(F)$ ) корректно определен и в том случае, когда гомеоморфное отображение  $f$  задано лишь на континууме  $\Sigma$ , позволяет рассмотреть класс гомеоморфных отображений континуума  $\Sigma$  в  $\bar{R}^n$ , для которых неравенство (1) выполняется при любом выборе под континуумов  $E, F \subset \Sigma$ . В этом классе, в частности, содержатся ограничения на  $\Sigma$  всех  $K$ - квазиконформных отображениях пространства  $\bar{R}^n$ .

**Определение.** [2] Гомеоморфное отображение  $f: \Sigma \rightarrow \bar{R}^n$  связного подмножества  $\Sigma \subset \bar{R}^n$  в  $\bar{R}^n$  называется ограниченно искажающим модули (или ОИМ-гомеоморфизмом), если имеется константа  $K > 0$  такая, что неравенство

$$K^{-1}M(E; F) \leq M(E^*; F^*) \leq KM(E; F)$$

выполняется для любой пары непересекающихся континуумов  $E, F \subset \Sigma$  ( $E^* = f(E), F^* = f(F)$ ). Наименьшая из всех таких констант  $K$  называется коэффициентом искажения гомеоморфизма  $f$ .